

Tadeusz Kwilosz

Institut Nafty i Gazu, Oddział Krosno

Zastosowanie metody statystycznej do oszacowania zapasu strategicznego PMG, z uwzględnieniem niepewności wyznaczenia parametrów pracy systemu gazowniczego

Wprowadzenie

Mając na uwadze zakłócenia w dostawach gazu ziemnego do Polski w latach 2004 i 2006 oraz uwarunkowania związane z liberalizacją rynku gazu ziemnego, w tym rozdział działalności sieciowej (przesyłu i dystrybucji) od obrotu oraz konsekwencje tego procesu dla bezpieczeństwa dostaw gazu ziemnego do odbiorców, dnia 16 lutego 2007 r. uchwalono ustawę o zapasach ropy naftowej, produktów naftowych i gazu ziemnego oraz zasadach postępowania w sytuacjach zagrożenia bezpieczeństwa paliwowego. Ustawa ta nakłada na przedsiębiorstwa zajmujące się obrotem gazem ziemnym z zagranicą obowiązek tworzenia i utrzymywania zapasów obowiązkowych gazu ziemnego, w wielkości odpowiadającej co najmniej 30-dniowemu średniemu dziennemu przywozowi tego gazu, ustalonemu w sposób określony w art. 25 ust. 2 albo ust. 5 ustawy.

Istnieje zatem potrzeba oszacowania możliwości tworzenia zapasów gazu w poszczególnych PMG, w ilościach pozwalających na zrealizowanie odbioru tych zapasów zgodnie z zapisami ustawy. Kluczową kwestią jest konieczność odbioru całkowitej wielkości utworzonego zapasu w ciągu 40 dni pracy PMG. Ponieważ nie wiadomo kiedy (w jakim stanie pojemności czynnej PMG) zapas zostanie uruchomiony (decyzja Ministra Gospodarki), należy założyć najbardziej niekorzystny (z punktu widzenia zdolności produkcyjnych PMG) okres, czyli ostatnie 40 dni odbioru. Ustawa przewiduje sankcje dla dostawców gazu i – w konsekwencji – dla Operatora Systemu Ma-

gazynowania, za przekroczenie jej przepisów w zakresie utrzymania i odbioru zapasu obowiązkowego.

W tej sytuacji zasadniczym jest pytanie: jaka – dla danego PMG – jest wielkość zasobów gazu możliwych do odebrania w ciągu 40 ostatnich dni fazy odbioru?

W ujęciu deterministycznym problem można rozwiązać wykonując prognozę odbioru gazu z PMG i obliczając sumę z 40 ostatnich dni uzyskanej prognozy. Do tego celu można wykorzystać numeryczny model symulacyjny złoża lub posłużyć się prostszym modelem analitycznym, opartym o równanie bilansu materiałowego. Ponieważ model deterministyczny nie uwzględnia niepewności, jakimi obarczone są jego parametry, warto posłużyć się modelem uzupełnionym o statystyczną metodę analizy – pozwalającą na uwzględnienie owych niepewności i uzyskanie szacowanego wyniku w postaci rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej.

W prezentowanej pracy użyto analitycznego modelu prognozowania wydobywania gazu z PMG, opartego o równania bilansu materiałowego i statystycznie skalibrowane krzywe spadku ciśnienia. Za pomocą tego modelu – użytego w wersji deterministycznej – wyznaczono wielkość obowiązkowego zapasu gazu. Trzeba zwrócić uwagę, że wynik uzyskano zakładając optymalne warunki odbioru; ograniczone jedynie czynnikami złożowymi oraz ciśnieniem gazu w punkcie zdawczo-odbiorczym. W drugim wariantcie wykorzystano ten sam model i w połączeniu z metodą Monte Carlo wyznaczono wielkości zapasu gazu w postaci

rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej. W tym przypadku uwzględniono niepewność związaną z wyznaczeniem ciśnienia odbioru gazu. Jak wynika z analizy pracy rozpatrywanego PMG, często odbiór gazu z tego magazynu nie odbywał się zgodnie z warunkami złożowymi oraz tymi, jakie panują w systemie gazowniczym. Zaniżone (w porównaniu z modelowanymi) wielkości odbioru gazu prawdopodobnie spowodowane są przez szereg czynników, takich jak: chwilowe braki w zapotrzebowaniu na gaz (pogoda), awarie techniczne i inne. Aby ocenić to zjawisko,

zdefiniowano wskaźnik wykorzystania mocy PMG, jako iloraz dobowych wydajności odbioru (z kilku ostatnich cykli odbioru) i odpowiadających im wielkości prognozowanych. Tak skonstruowany wskaźnik, a ściślej mówiąc jego rozkład, wykorzystany został do wprowadzenia kolejnego źródła niepewności wyznaczenia szacowanej wielkości zapasu. Wszystkie procedury zastosowanego modelu zostały zaimplementowane w postaci makr arkusza kalkulacyjnego EXCEL. Dane użyte w obliczeniach są rzeczywiste i dotyczą jednego z PMG w Polsce.

Model wyznaczania zapasu obowiązkowego w wersji deterministycznej

Sporządzenie prognozy wydajności odbioru gazu z PMG jest warunkiem wyznaczenia bezpiecznej (pod względem jego realizacji) wielkości zapasu. Wydajności odwiertów zależą od ciśnienia złożowego, depresji oraz od innych warunków złożowych. W praktyce wydajność każdego odwiertu jest wypadkową dwóch czynników: pierwszy z nich jest funkcją dopływu gazu do odwiertu w wyniku występowania depresji na jego spodzie (*inflow*), natomiast z drugiej strony wydajność zależy również od ograniczeń spowodowanych oporami przepływu gazu w odwiercie (*outflow*). W przedstawionej pracy do prognozowania wydajności odwiertu wykorzystano formułę dwuczłonową:

$$\Delta P^2 = a \cdot V + b \cdot V^2$$

gdzie:

ΔP – depresja ciśnienia na spodzie odwiertu,

V – wydajność odbioru gazu,

a, b – współczynniki.

Bazując na tym modelu, uzupełnionym o statystycznie wyznaczone współczynniki równania opisującego zmiany ciśnienia odbioru gazu oraz ciśnień głowicowych i dennych w odwiertach, zaproponowano następujący algorytm wyznaczania wydajności odbioru gazu w kolejnych krokach czasowych pracy PMG.

1. Danymi wyjściowymi modelu są:

- pojemność całkowita PMG – V_c [m³],
- projektowana wartość odbioru gazu w cyklu – Q [m³],
- ciśnienie złożowe przed rozpoczęciem fazy odbioru – P_p [MPa],
- ciśnienie złożowe po zakończeniu fazy odbioru – P_k [MPa],
- współczynniki korelacji pomiędzy ciśnieniem dennym a głowicowym: a_p, b_p ,
- współczynniki korelacji pomiędzy ciśnieniem odbioru a pojemnością całkowitą: a_s, b_s ,

- współczynniki korelacji; wydajności poszczególnych odwiertów – z depresją na dnie odwiertów: a_i, b_i , dla $i = 1 \dots n$,
 - graniczne wartości pojemności całkowitej, dla której spodziewane jest wyłączenie odwiertu ze względu na jego zawadnienie – $V_{off,i}$ [m³], dla $i = 1 \dots n$,
 - maksymalny dobowy odbiór gazu z PMG – Q_{max} [m³],
 - maksymalny dobowy odbiór gazu z odwiertów – $Q_{max,i}$ [m³], dla $i = 1 \dots n$,
 - n – liczba odwiertów.
2. Obliczane są: współczynniki wiążące ciśnienie złożowe z pojemnością całkowitą magazynu, a także początkowe ciśnienie złożowe.

$$a = \frac{P_p - P_k}{Q}$$

$$b = -a \cdot V_c + P_p$$

$$P_{ds} = a \cdot V_c + b$$

3. W pętli na kolejne kroki czasowe (k) (1 krok = 1 doba) wyliczane jest sumaryczne wydobycie gazu z odwiertów oraz zmiana ciśnienia złożowego na skutek zmiany objętości.

$$P_{gs} = \frac{P_{ds} - b_p}{a_p}$$

$$P_{odb} = a_s \cdot V_c + b_s$$

$$q_i = \frac{\sqrt{a_i^2 + 4b_i(P_{gs}^2 - P_{odb}^2)} - a_i}{2b_i}$$

$$Q_k = \sum_{i=1}^{l_{odw.}} q_i$$

$$Q = Q - Q_k$$

$$V_c = V_c - Q_k$$

$$P_{ds} = a \cdot V_c + b$$

Kryterium zakończenia obliczeń jest zrealizowanie programu zatłaczania/odbioru gazu ($Q = 0$).

Wszystkie parametry wejściowe modelu zostały wyznaczone za pomocą korelacji statystycznych, na podstawie danych z historycznych cykli pracy podziemnych magazynów gazu.

Opis modelu wyznaczania wydajności odbioru magazynu w wersji stochastycznej

Model opisany w poprzednim rozdziale reprezentuje deterministyczne podejście do ilościowej analizy szacowanych parametrów; zarówno parametry wejściowe modelu, jak i wyniki mają charakter jednoznaczny, i pozbawione są oceny niepewności, z jaką zostały wyznaczone. Celem niniejszego opracowania było uogólnienie tego podejścia, tzn. przedstawienie wyniku w postaci rozkładu prawdopodobieństwa jego uzyskania. Założony, praktyczny program odbioru jest zazwyczaj realizowany w odniesieniu do całkowitej wielkości odbioru gazu; problem z jego realizacją może wystąpić jedynie w przypadku przyjęcia zupełnie nierealnych wielkości projektowanego odbioru – w kontekście pojemności całkowitej PMG i relacji pomiędzy ciśnieniem złożowym a ciśnieniem odbioru w punkcie zdawczo-odbiorczym. Zupełnie inna sytuacja ma miejsce, jeśli rozważymy czas realizacji takiego programu. Sezonowe warunki związane z zapotrzebowaniem na gaz sprawiają, że pytanie o czas i tempo realizacji założonego wydobywania gazu jest kluczowym, w kontekście wyznaczenia zapasu obowiązkowego.

Wszystkie parametry modelu – z wyjątkiem założonej wielkości wydobywania gazu – obarczone są niepewnością ich wyznaczenia. Na użytek tej pracy dokonano statystycznej oceny wyznaczenia wejściowych parametrów modelu i ich wpływu na szacowaną liczbę dni realizacji odbioru gazu. Jak już wspomniano, badane parametry modelu zostały wyznaczone z korelacji statystycznych, na podstawie danych z historii pracy PMG. W kolejnym kroku zbadano, jak zaburzenie tych danych w zakresie „praktycznie prawdopodobnym” (odchylonych od średniej o wartość jednego odchylenia standardowego) wpływa na oceniany czas odbioru gazu. W wyniku przeprowadzonych eksperymentów okazało się, że zaburzenie większości parametrów modelu nie ma praktycznego wpływu (zmiana nie większa niż jeden dzień realizacji odbioru gazu) na uzyskiwane rezultaty. Powodem takiego stanu rzeczy jest obserwowana silna korelacja pomiędzy badanymi parametrami, skutkująca stosunkowo małą wartością odchylenia standardowego od wyznaczonych wartości średnich oraz liniowym lub *quasi* liniowym charakterem równań modelu w badanym zakresie zmienności (wyjątkiem jest

W wyniku zastosowania algorytmu otrzymano tablicę wydajności odbioru gazu (w odniesieniu do całego PMG, jak i w rozbięciu na odwierty) oraz tablicę zmiany ciśnienia złożowego. Zasadniczym wynikiem jest wielkość obowiązkowego zapasu gazu, przyjęta jako suma czterdziestu ostatnich wartości odbioru – Z_g .

niepewność wyznaczenia charakteru zmiany ciśnienia w punkcie zdawczo-odbiorczym, w trakcie realizacji programu odbioru gazu). Źródłem istotnej (z punktu widzenia szacowanych parametrów) niepewności wyznaczenia tych parametrów są warunki niezależne od złoża, a mianowicie zmienne warunki pogodowe oraz – co za tym idzie – zapotrzebowanie na gaz. Zgodnie z tą obserwacją oraz zasadą niekomplifikowania modelu o czynniki nieistotne, założono, że jedynym parametrem (o charakterze złożowym i związanym z systemem gazowniczym) o istotnej niepewności jest ciśnienie odbioru gazu. Założono, że badany parametr posiada rozkład prawdopodobieństwa estymowany rozkładem normalnym – o znanej średniej, odchyleniu standardowym i wartościach: maksymalnej i minimalnej. Jak już wspomniano, założenie, że z PMG będzie wydobywany surowiec przez cały okres odbioru zgodnie z optymalnymi prognozowanymi wartościami jest nadto ryzykowne. Analiza ostatnich cykli pracy tego magazynu pozwoliła wyliczyć wartości wskaźnika wykorzystania mocy PMG, w postaci funkcji f_m zależnej od V_c , zdefiniowanej jako iloraz wartości wydobywania i odpowiadających im wielkości prognozowanych – wyliczanych dla danej pojemności czynnej. W prezentowanym modelu losowym wartości tej funkcji w sposób multiplikatywny zmieniają wyliczone dobowe wielkości odbioru gazu; zmienność tych wielkości została potraktowana jako kolejne źródło niepewności wyznaczenia zapasu. Podobnie jak w przypadku ciśnienia odbioru, założono, że badany parametr posiada rozkład prawdopodobieństwa estymowany rozkładem normalnym – o znanej średniej, odchyleniu standardowym i wartościach: maksymalnej i minimalnej. Zbadano korelacje pomiędzy zmierzonymi wartościami ciśnienia odbioru a wartościami funkcji f_m . Wyliczony współczynnik korelacji Pearsona (równy 0,38) wskazuje, że nie ma istotnej korelacji między tymi parametrami.

Zasadniczym problemem związanym z głównym celem tego opracowania jest wybór i zastosowanie metody, która na podstawie rozkładów parametrów modelu wyznaczy rozkład szacowanego wyniku. Podstawowa trudność wynika z faktu, że w przypadku, gdy parametry wejściowe równania

opisane są za pomocą dowolnych rozkładów (nawet jeśli są to teoretyczne rozkłady o znanych parametrach), nie istnieją analityczne metody wyznaczania parametrów wynikowego rozkładu szacowanej wielkości. Istnieje kilka metod służących do rozwiązania tego zagadnienia; najczęściej stosowaną jest stochastyczna metoda Monte Carlo (*Monte Carlo Simulation* – MCS). MCS jest metodą opracowaną w 1964 r. przez Hertz'a, w celu rozwiązania zagadnień z dziedziny ekonomii, dla których nie istniały rozwiązania analityczne.

Zapisana w postaci punktów (kroków algorytmu), metoda ta polega na:

- 1) określeniu korelacji pomiędzy zbiorem wielkości niezależnych oraz wielkością wynikową – szacowaną,
- 2) wyznaczeniu rozkładu eksperymentalnego dla każdego parametru wejściowego skojarzonego ze zbiorem opisujących go wartości i dopasowaniu do tego rozkładu odpowiednio dobranego rozkładu teoretycznego,
- 3) wyznaczeniu dystrybuanty dla każdego rozkładu zdefiniowanego w pkt. 2,
- 4) wylosowaniu liczby z przedziału (0,1) dla każdego parametru wejściowego (zmienniej niezależnej) równania i wyznaczeniu dla tak wylosowanej liczby (przy pomocy właściwej dystrybuanty) wartości tego parametru,
- 5) wyliczeniu wartości wynikowej – poprzez zastosowanie formuły zdefiniowanej w pkt. 1, na podstawie wyznaczonych wartości parametrów wejściowych,
- 6) powtarzaniu punktów 4 i 5 zadaną liczbę razy; generując w ten sposób wynikowy rozkład prawdopodobieństwa szacowanego parametru.

Stosując opisaną metodę w wersji standardowej zakładamy, że nie istnieje korelacja pomiędzy parami parametrów wejściowych, natomiast jeśli taka korelacja występuje, to wówczas metodę MCS należy zmodyfikować, aby tę korelację uwzględnić (w przypadku nieuwzględnienia tego

faktu wygenerowany rozkład sumaryczny szacowanego parametru obarczony będzie dodatkowym błędem). Pominiąć należy szczegółowy opis zmodyfikowanej metody uwzględniającej korelację pomiędzy parametrami, zważywszy na to, że jedyna grupa parametrów opisana rozkładem statystycznym w rozpatrywanym modelu – to jest ciśnienie odbioru – z natury rzeczy jest niezależna od parametrów złożowych, ponieważ związana jest z ciśnieniem w sieci przesyłowej. Warto jedynie zwrócić uwagę na fakt, że w zależności od miary (siły) korelacji, zmodyfikowany jest proces losowania liczb dla pary skorelowanych parametrów – w taki sposób, aby utrudnić zestawienie ze sobą w jednej parze wartości, których wystąpienie w obrębie badanej próbki jest mało prawdopodobne.

W wersji metody Monte Carlo zaimplementowanej dla potrzeb niniejszego opracowania, dla każdej realizacji algorytmu – na skutek zastosowania mechanizmu losowego – wyznaczane są niezależnie dwie wartości, reprezentujące ciśnienia odbioru oraz wartość wskaźnika wykorzystania mocy odbioru gazu. Wartości te wyznaczone są zgodnie z odpowiednimi rozkładami prawdopodobieństwa. Następnie tak wylosowane wielkości wstawiane są do równania modelu i wyliczana jest wielkość zapasu obowiązkowego. Obliczone w kolejnych przebiegach losowych metody, wielkości te podlegają rozkładowi estymowanemu krzywą gęstości rozkładu normalnego. Z dystrybuanty tak dopasowanego estymatora wyliczane są kwantyle L10, L50 i L90, których wartości należy interpretować tak, że: z 10-procentowym prawdopodobieństwem wielkość zapasu PMG jest nie większa niż L10; z 50-proc. prawdopodobieństwem jest nie większa niż L50 oraz z 90-proc. prawdopodobieństwem jest nie większa niż L90. Inaczej rzecz ujmując, z prawdopodobieństwem 80% wielkość zapasu obowiązkowego mieści się w przedziale od L10 do L50.

Przykład zastosowanej metody

Opracowaną metodę przetestowano na danych pochodzących z jednego z podziemnych magazynów gazu w Polsce. W celu wyznaczenia korelacji statystycznych zachodzących pomiędzy średnim ciśnieniem złożowym oraz ciśnieniem odbioru, a pojemnością całkowitą PMG, posłużono się danymi z dziewięciu cykli odbioru gazu z PMG w latach 2001–2009. Na tej podstawie przyjęto:

- średnie ciśnienie złożowe, początkowe dla fazy odbioru: $P_p = 11,48$ MPa (dla pojemności całkowitej 962,01 mln m³) i ciśnienie końcowe: 7,00 MPa (dla pojemności całkowitej 663 mln m³),
- wielkość prognozowanego odbioru: 350 mln m³,

Na podstawie korelacji zmierzonych wielkości średniego ciśnienia złożowego i średniego ciśnienia głowicowego wyznaczono współczynniki korelacji:

$$P_{ds} = a_p \cdot P_{gs} + b_p$$

gdzie:

$$a_p = 1,11166,$$

$$b_p = -0,08129.$$

Funkcję zmiany ciśnienia odbioru od pojemności całkowitej opisuje zależność liniowa (z wyznaczonymi metodą statystyczną współczynnikami):

$$P_{odb} = a_s \cdot V_c + b_s$$

gdzie:

$$a_s = 0,000001799,$$

$$b_s = 3,091.$$

W podobny sposób wyznaczono współczynniki przepływu a_i , b_i – z korelacji wydajności poszczególnych odwiertów z depresją na dnie tych odwiertów. Dla wariantu z użytą metodą statystyczną zbadano struktury danych opisujące zbiory zmierzonych ciśnień odbioru oraz wyliczone wartości wskaźnika wykorzystania mocy odbioru.

W obydwu przypadkach okazało się, że badane wartości charakteryzuje niewielki trend – związany ze zmianą pojemności czynnej magazynu. W związku z tym, na podstawie wyliczonej siły trendu zmodyfikowano obydwa zbiory danych, eliminując wpływ oszacowanego trendu. W dalszej części (podczas stosowania metody losowej) wylosowane wartości ciśnienia odbioru oraz wskaźnika wykorzystania mocy odbioru będą modyfikowane tak, aby wyeliminowany trend przywrócić. Dla tak przekształconych zbiorów danych wyznaczono parametry opisujących je rozkładów prawdopodobieństwa (tablica 1).

Tablica 1. Parametry rozkładów szacowanych zmiennych modelu losowego

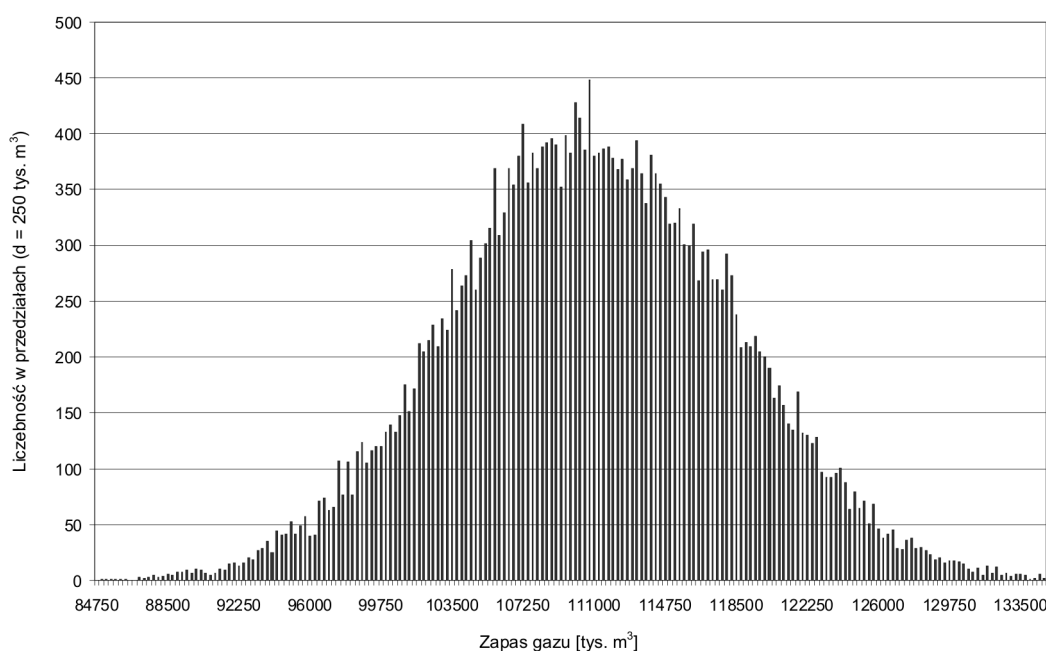
Szacowany parametr	x_{sr}	Odch. stand.	x_{min}	x_{max}
Ciśnienie odbioru gazu	4,49	0,166	3,89	4,89
Wskaźnik wykorzystania mocy odbioru gazu	0,65	0,282	0,00	1,22

Uzyskane wyniki

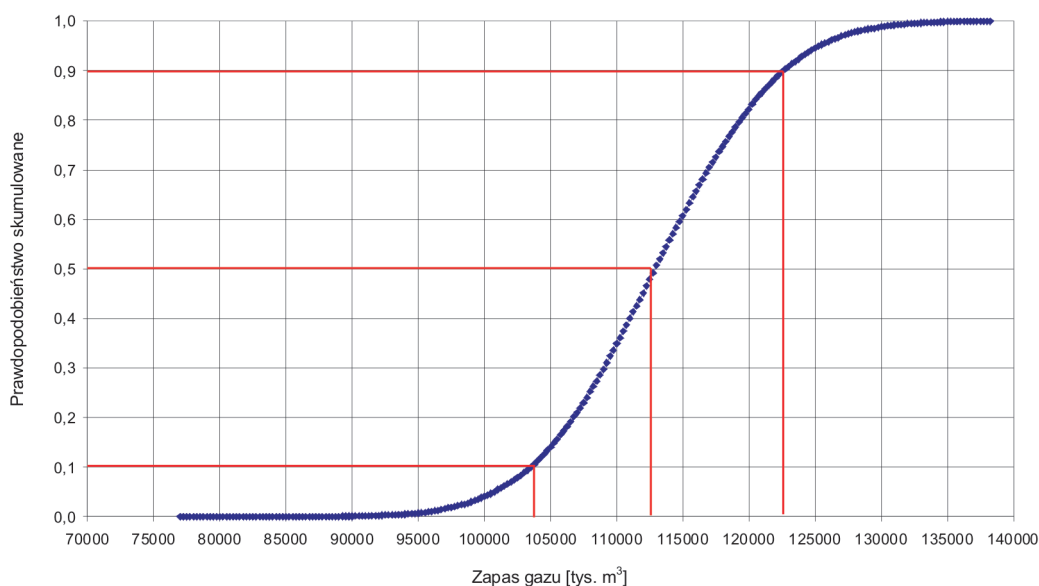
Na wstępie uruchomiono algorytm w wersji deterministycznej i uzyskano wartość zapasu gazu $Z_g = 158,3$ mln m^3 . Należy zaznaczyć, że w wariancie tym nie uwzględnia się współczynnika wykorzystania mocy odbioru i zakłada się, że odbiór gazu odbywa się zgodnie z symulowanymi warunkami złożowymi.

Następnie uruchomiono procedurę Monte Carlo i dla założonego odbioru gazu wykonano 30 000 realizacji prognoz. Po wykonaniu każdej prognozy obliczono wiel-

kość zapasu gazu i w ten sposób wyznaczono szacowany parametr – w postaci zmiennej losowej, o rozkładzie zbliżonym do normalnego. Po dokonaniu estymacji, za pomocą krzywej rozkładu normalnego wyliczono kwantyle tych rozkładów, które wynoszą: $L10 = 103,5$ mln m^3 , $L50 = 113,0$ mln m^3 i $L90 = 122,5$ mln m^3 . Hierogram eksperymentalny oraz dystrybucję uzyskanego rozkładu prawdopodobieństwa przedstawiono na rysunkach 1 oraz 2.



Rys. 1. Histogram eksperymentalny dla wielkości zapasu obowiązkowego gazu w PMG



Rys. 2. Dystrybuanta rozkładu wielkości zapasu obowiązkowego gazu w PMG

Wnioski

- Obliczona metodą deterministyczną wielkość zapasu (158,3 mln m³) w sposób istotny odbiega od wielkości wyznaczonych metodą statystyczną (L50 = 124,5 mln m³). Różnica wynika z tego, że w metodzie deterministycznej nie uwzględniono wskaźnika wykorzystania mocy odbioru gazu. Z tego punktu widzenia, wyniki metody statystycznej są bardziej realistyczne.
 - Wprowadzenie problemu stochastycznej oceny wiarygodności szacowanych parametrów jest podejściem
- pożądanym i coraz częściej stosowanym w praktyce górnictwa nafty i gazu.
- W umowie świadczenia usług magazynowych należy podać jedną wartość zapasu gazu, jaką można ustanowić na danym magazynie. To jaką wartość się przyjmie zależy od awersji do ryzyka: przy małej awersji można przyjąć wartość L50 = 124,5 mln m³ gazu, a przy dużej awersji – L10 = 119,3 mln m³ gazu. Najczęściej przyjmuje się wartość L50.

Artykuł nadesłano do Redakcji 22.11.2010 r. Przyjęto do druku 11.01.2011 r.

Recenzent: prof. dr inż. Andrzej Froński

Literatura

- [1] Collier R.S., Monash E., Hultquist P.: *Modeling natural gas reservoirs – a simple model*. SPE, October 1981.
- [2] Filar B., Kwilosz T.: *Opracowanie komputerowego programu służącego do inżynierskiej obsługi pracy podziemnych magazynów gazu, na przykładzie PMG Brzeźnica*. INiG, Krosno 1999.
- [3] Molinard J.E., Pelce V., Tek M.R.: *Practical model for predicting pressure in gas-storage reservoirs*. SPE, November 1990.



Dr Tadeusz KWILOSZ – adiunkt w Zakładzie Podziemnego Magazynowania Gazu Instytutu Nafty i Gazu, Oddział w Krośnie. Zajmuje się optymalizacją i modelowaniem zagadnień związanych z eksploatacją złóż oraz podziemnych magazynów gazu.